

Metody Analizy Czas-Częstość, Matching Pursuit

Karol Auguštín <karol@augustin.pl>

Uniwersytet Warszawski (UW)
Wydział Fizyki



INSTYTUT FIZYKI DOŚWIADCZALNEJ
W Y D Z I A Ł F I Z Y K I
U N I W E R S Y T E T W A R S Z A W S K I

Warszawa, Polska, Listopad 2012



Version: Warsaw-Nov-2012 <https://karolaugustin.pl/mp-talk>

This work is licensed under the *Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 License*.

- Zasada nieoznaczoności w analizie sygnałów
- Klasyczne metody analizy czas-częstość
- Algorytm Adaptatywny Matching Pursuit
- Założenia i implementacja normy l_2 i l_1 w MP

Plan wykładu

- 1 Wstęp
- 2 Zasada nieoznaczoności
 - Tłumaczenie formalne
 - Tłumaczenie intuicyjne
- 3 Klasyczne metody analizy czas-częstość
 - Transformata Wignera-de Ville'a
 - Spektrogram
 - Ciągła transformata falkowa
- 4 Matching Pursuit
 - Założenia ogólne
 - Definicja normy
 - Norma w algorytmie MP
 - Norma l_2
 - Norma l_1
 - Porównanie
 - Implementacja
 - Podsumowanie

Plan wykładu

- 1 Wstęp
- 2 Zasada nieoznaczoności
 - Tłumaczenie formalne
 - Tłumaczenie intuicyjne
- 3 Klasyczne metody analizy czas-częstość
 - Transformata Wignera-de Ville'a
 - Spektrogram
 - Ciągła transformata falkowa
- 4 Matching Pursuit
 - Założenia ogólne
 - Definicja normy
 - Norma w algorytmie MP
 - Norma l_2
 - Norma l_1
 - Porównanie
 - Implementacja
 - Podsumowanie

Zasada nieoznaczoności w mechanice kwantowej

Zasada nieoznaczoności (Heisenberga) w mechanice kwantowej nie opisuje granic dokładności pomiarów, lecz fakt, że cząstka „nie może jednocześnie” mieć dobrze określonych np. pędu i położenia:

$$\Delta x \Delta p_x \geq h/2\pi$$

gdzie Δ odpowiada wariancji rozkładu prawdopodobieństwa wokół średniej. Podobnie w analizie sygnałów.

Plan wykładu

- 1 Wstęp
- 2 Zasada nieoznaczoności
 - Tłumaczenie formalne
 - Tłumaczenie intuicyjne
- 3 Klasyczne metody analizy czas-częstość
 - Transformata Wignera-de Ville'a
 - Spektrogram
 - Ciągła transformata falkowa
- 4 Matching Pursuit
 - Założenia ogólne
 - Definicja normy
 - Norma w algorytmie MP
 - Norma l_2
 - Norma l_1
 - Porównanie
 - Implementacja
 - Podsumowanie

Tłumaczenie formalne

Iloczyn wariancji w czasie σ_t^2 i w częstotliwości kołowej σ_ω^2 dla funkcji $s \in L^2(\mathbb{R})$ jest nie mniejszy niż $\frac{1}{4}$

$$\sigma_t^2 \sigma_\omega^2 \geq \frac{1}{4}$$

gdzie:

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{\|s(t)\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} (t - u)^2 |s(t)|^2 dt$$

$$\sigma_\omega^2 = \frac{1}{2\pi \|s(t)\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} (\omega - \xi)^2 |\hat{s}(\omega)|^2 d\omega$$

gdzie:

$$u = \frac{1}{\|s(t)\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} t |s(t)|^2 dt$$

$$\xi = \frac{1}{2\pi \|s(t)\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega |\hat{s}(\omega)|^2 d\omega$$

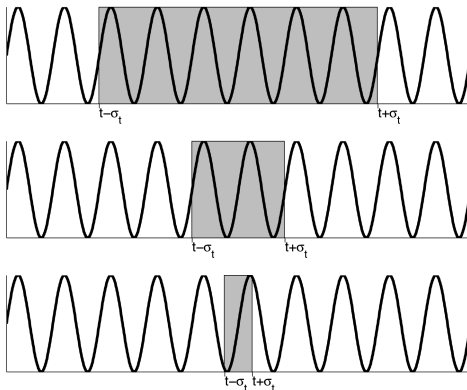
Dla częstości $f = \frac{1}{T}$ mamy:

$$\sigma_t^2 \sigma_f^2 \geq \frac{1}{16\pi^2}$$

Plan wykładu

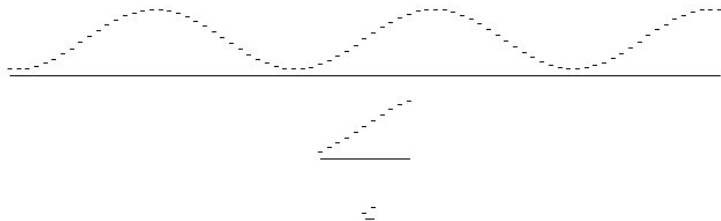
- 1 Wstęp
- 2 Zasada nieoznaczoności
 - Tłumaczenie formalne
 - Tłumaczenie intuicyjne
- 3 Klasyczne metody analizy czas-częstość
 - Transformata Wignera-de Ville'a
 - Spektrogram
 - Ciągła transformata falkowa
- 4 Matching Pursuit
 - Założenia ogólne
 - Definicja normy
 - Norma w algorytmie MP
 - Norma l_2
 - Norma l_1
 - Porównanie
 - Implementacja
 - Podsumowanie

Tłumaczenie intuicyjne



W miarę wzrostu czasu obserwacji spada dokładność jego wyznaczania, przy jego skracaniu spada dokładność wyznaczania częstości.

Tłumaczenie intuicyjne cd.



Długi sinus (na górze) ma dobrze określoną częstotliwość, ale nie możemy wiele powiedzieć o jego położeniu w czasie (ciągła linia). Gdy zawężamy (określamy) przedział czasu, w którym sygnał występuje (dolne wykresy), coraz trudniej mówić o częstotliwości.

Plan wykładu

- 1 Wstęp
- 2 Zasada nieoznaczoności
 - Tłumaczenie formalne
 - Tłumaczenie intuicyjne
- 3 Klasyczne metody analizy czas-częstość
 - Transformata Wignera-de Ville'a
 - Spektrogram
 - Ciągła transformata falkowa
- 4 Matching Pursuit
 - Założenia ogólne
 - Definicja normy
 - Norma w algorytmie MP
 - Norma l_2
 - Norma l_1
 - Porównanie
 - Implementacja
 - Podsumowanie

Plan wykładu

- 1 Wstęp
- 2 Zasada nieoznaczoności
 - Tłumaczenie formalne
 - Tłumaczenie intuicyjne
- 3 Klasyczne metody analizy czas-częstość
 - Transformata Wignera-de Ville'a
 - Spektrogram
 - Ciągła transformata falkowa
- 4 Matching Pursuit
 - Założenia ogólne
 - Definicja normy
 - Norma w algorytmie MP
 - Norma l_2
 - Norma l_1
 - Porównanie
 - Implementacja
 - Podsumowanie

Transformata Wignera-de Ville'a

Dla sygnałów niestacjonarnych moc widmowa nie musi być stała w czasie, gdyż zawartość częstości może się zmieniać. Analiza tego typu sytuacji wymaga śledzenia zmian gęstości energii sygnału jednocześnie w czasie i częstości. Pierwszym pomysłem będzie usunięcie ze wzoru na moc widmową w twierdzeniu Wienera-Chinczyna:

$$\int e^{-i\omega\tau} \left(\int f(t)f(t+\tau)dt \right) d\tau$$

Otrzymamy funkcję zależną od czasu i częstości; transformatę Wignera-de Ville'a:

$$\mathcal{W}_s(t, \omega) = \int s\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \overline{s\left(t - \frac{\tau}{2}\right)} e^{-i\omega\tau} d\tau$$

Transformata Wignera-de Ville'a cd.

$$\mathcal{W}_s(t, \omega) = \int s\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \overline{s\left(t - \frac{\tau}{2}\right)} e^{-i\omega\tau} d\tau$$

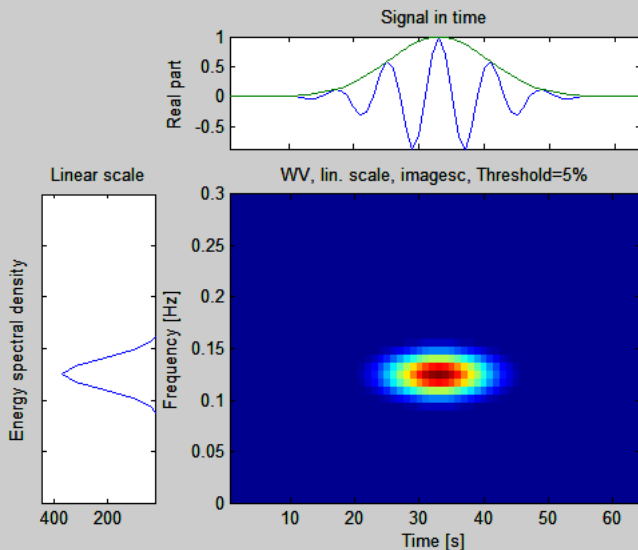
Zalety

- zachowuje energię sygnału,
- wycałkowana po czasie $\mathcal{W}_s$ daje kwadrat modułu transformaty Fouriera; $|s(\omega)|^2$
- wycałkowana po częstotliwości; $|s(t)|^2$

Wady

- może być ujemna
- zawiera „wyrazy mieszane”

Przykład



Ograniczenie

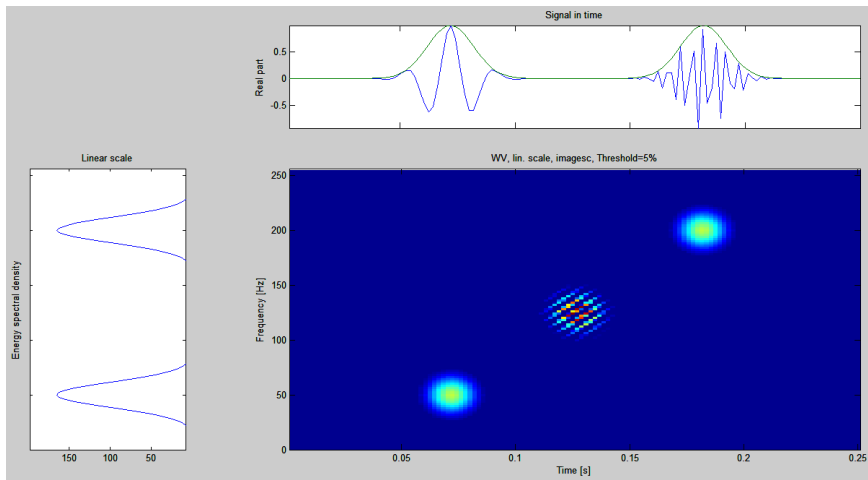
Problem ten występuje we wszystkich kwadratowych reprezentacjach energii sygnału w przestrzeni czas-częstość; w transformacie Wignera efekt ten jest najbardziej widoczny.

Zgodnie ze wzorem na kwadrat sumy:

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

Obliczając kwadratową transformatę sygnału złożonego z sumy elementów a i b , otrzymujemy reprezentację występujących w sygnale składników a i b oraz wyraz mieszany $2ab$, który może pojawić się w takim rejonie przestrzeni czas-częstość, że w odpowiadającym mu przedziale czasu w sygnale brak jest jakiegokolwiek aktywności.

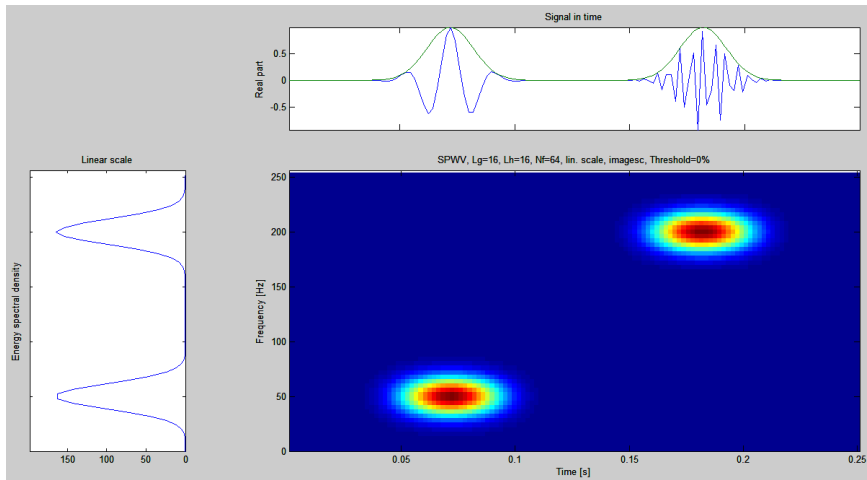
Wyrazy mieszane - ilustracja



Wyrazy mieszane - uśrednianie

- Dla zminimalizowania tego efektu możemy wykorzystać spostrzeżenie, że wyrazy mieszane zwykle silnie oscylują, więc lokalne uśrednienie rozkładu (po czasie i częstotliwości) powinno zmniejszyć ich wkład.
- Różne realizacje tego uśredniania tworzą bogatą klasę rozkładów o zredukowanych interferencjach (ang. „reduced interference distributions, RID”), z których każdy może dawać lepsze od innych rezultaty dla pewnej klasy sygnałów.
- W każdym przypadku mamy im silniejsze uśrednianie tym gorsza rozdzielczość.

Wyrazy mieszane - uśrednianie



Plan wykładu

- 1 Wstęp
- 2 Zasada nieoznaczoności
 - Tłumaczenie formalne
 - Tłumaczenie intuicyjne
- 3 Klasyczne metody analizy czas-częstość
 - Transformata Wignera-de Ville'a
 - Spektrogram
 - Ciągła transformata falkowa
- 4 Matching Pursuit
 - Założenia ogólne
 - Definicja normy
 - Norma w algorytmie MP
 - Norma l_2
 - Norma l_1
 - Porównanie
 - Implementacja
 - Podsumowanie

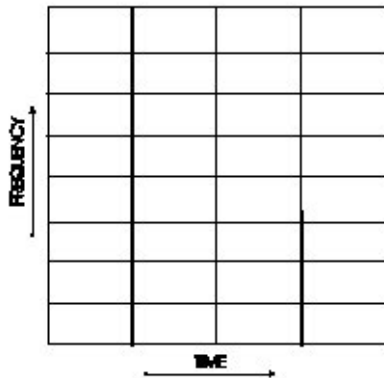
Spektrogram – oknowana transformata Fouriera

Przepis na krótkoczasową transformatę Fouriera („Short-Time Fourier Transform, STFT”) polega na wycinaniu kolejnych odcinków sygnału z pomocą okna $g(t)$ ($\|g\| = 1$) i obliczaniu ich transformaty Fouriera. Inaczej można to opisać jako iloczyny skalarne sygnału z oknem g modulowanym częstotliwością ξ :

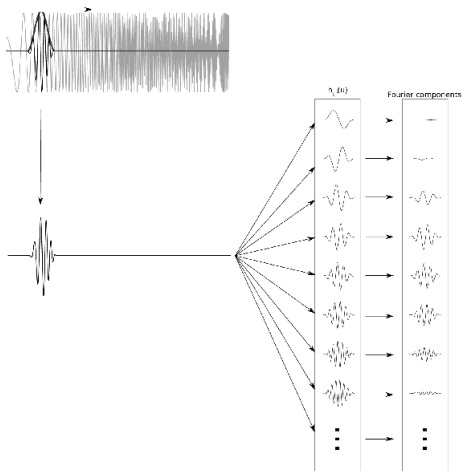
$$c_{\xi, t_0} = \int s(t)g(t - t_0)e^{i\xi t} dt$$

Moduł współczynnika c_{ξ, t_0} mówi o zawartości energii sygnału $s(t)$ w okolicy częstotliwości ξ i czasu t_0 .

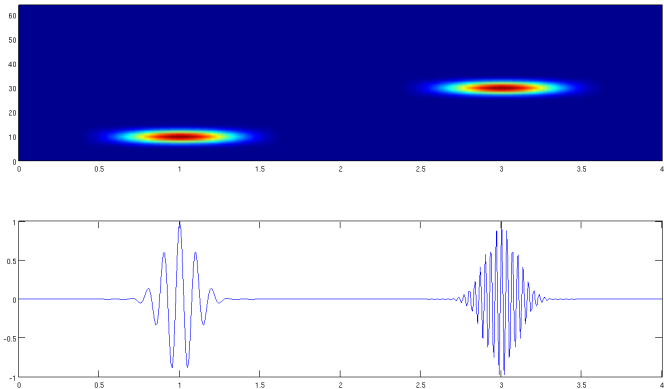
Spektrogram – dekompozycja sygnału



Spektrogram – dekompozycja sygnału



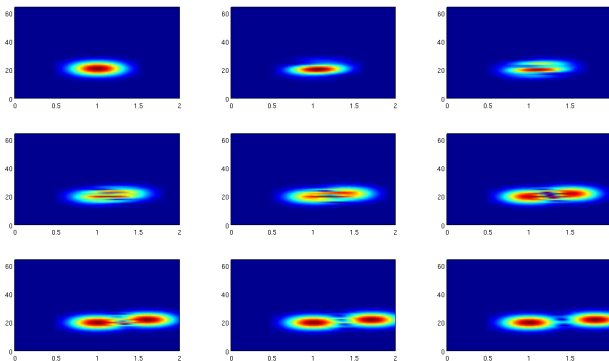
Spektrogram – przykład



Co z wyrazami mieszanymi?

Wyrazy mieszane

Spektrogram jest reprezentacją kwadratową. Spektrogram sumy sygnałów nie jest sumą spektrogramów sygnałów składowych, jest tam jeszcze coś:



Plan wykładu

- 1 Wstęp
- 2 Zasada nieoznaczoności
 - Tłumaczenie formalne
 - Tłumaczenie intuicyjne
- 3 Klasyczne metody analizy czas-częstość
 - Transformata Wignera-de Ville'a
 - Spektrogram
 - Ciągła transformata falkowa
- 4 Matching Pursuit
 - Założenia ogólne
 - Definicja normy
 - Norma w algorytmie MP
 - Norma l_2
 - Norma l_1
 - Porównanie
 - Implementacja
 - Podsumowanie

Ciągła transformata falkowa

Ciągła transformacja falkowa (ang. „Continuous Wavelet Transform, CWT”) dana jest wzorem:

$$P_x(t, a; \Psi) = \int_{-\infty}^{\infty} x(s) \Psi_{t,a}^*(s) ds$$

gdzie

$$\Psi_{t,a}(s) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi \left(\frac{s-t}{a} \right)$$

Gdzie a jest skalą. Od falki Ψ wymagamy żeby miała średnią 0. Transformację tę można interpretować jako rzutowanie sygnału na kolejne wersje falki Ψ przesunięte o t i przeskalowane o a .

Falki

Falka to funkcja $\psi \in L^2(\mathbb{R})$ o zerowej średniej:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$$

Reprezentacja konstruowana jest ze „współczynników falkowych”; iloczynów skalarnych sygnału ze znormalizowanymi ($\|\psi\| = 1$) funkcjami generowanymi jako przesunięcia i rozciągnięcia falki ψ :

$$c_{s,u} = \langle s \psi_{s,u} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) dt$$

Transformacja odwrotna istnieje, jeśli zbiór falek $\{\psi_i\}_{i \in I}$ tworzy ramę (ang. „frame”):

$$\forall f \exists A > 0, B < \infty A \|s\|^2 \leq \sum_{i \in I} |\langle \psi_i, s \rangle|^2 \leq B \|s\|^2$$

Ciągła transformata falkowa cd.

Inne spojrzenie na transformację falkową uwidacznia się gdy połączymy dwa powyższe wzory:

$$P_x(t, a; \Psi) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(s) \Psi^* \left(\frac{s-t}{a} \right) ds$$

Tu widać, że dla ustalonej skali a transformacja falkowa jest splotem sygnału z falką o skali a .

Ten sposób myślenia o transformacji falkowej umożliwia zastosowanie szybkiego algorytmu obliczeniowego bazującego na tym, że splot w dziedzinie czasu odpowiada mnożeniu w dziedzinie częstotliwości.

Podobnie jak dla STFT i spektrogramu, możemy dla CWT wprowadzić pojęcie skalogramu, będącego estymatą gęstości energii w przestrzeni czas-skala.

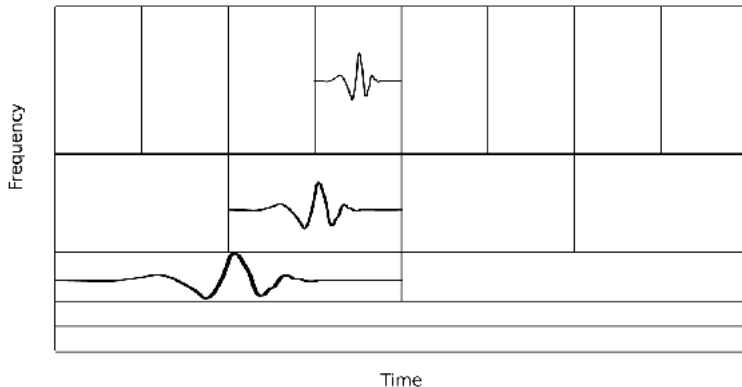
$$S_x(t, a; \Psi) = |P_x(t, a; \Psi)|^2$$

Dla falek, które są dobrze skupione wokół częstości f dla skali $a = 1$ można wprowadzić utożsamienie $f = \frac{f_0}{a}$.

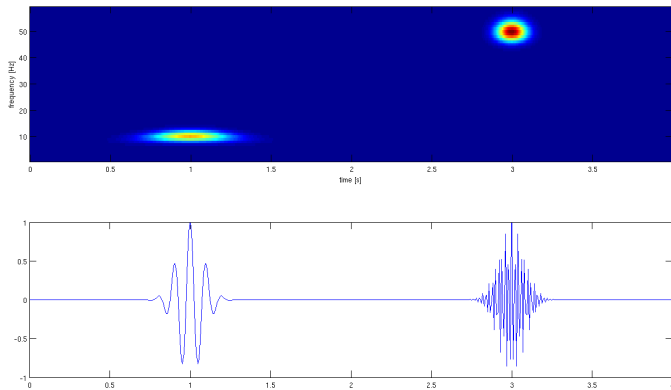
Utożsamienie to pozwala przekształcić reprezentację czas-skala w reprezentację czas-częstość:

$$S_x(t, f; \Psi) = |P_x(t, f_0/f; \Psi)|^2$$

Skalogram – dekompozycja sygnału

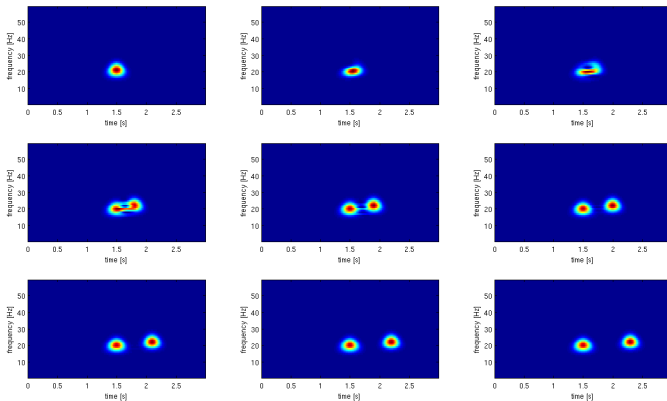


Skalogram – przykład



Co z wyrazami mieszanymi?

Skalogram – wyrazy mieszane



Plan wykładu

- 1 Wstęp
- 2 Zasada nieoznaczoności
 - Tłumaczenie formalne
 - Tłumaczenie intuicyjne
- 3 Klasyczne metody analizy czas-częstość
 - Transformata Wignera-de Ville'a
 - Spektrogram
 - Ciągła transformata falkowa
- 4 Matching Pursuit
 - Założenia ogólne
 - Definicja normy
 - Norma w algorytmie MP
 - Norma l_2
 - Norma l_1
 - Porównanie
 - Implementacja
 - Podsumowanie

Plan wykładu

- 1 Wstęp
- 2 Zasada nieoznaczoności
 - Tłumaczenie formalne
 - Tłumaczenie intuicyjne
- 3 Klasyczne metody analizy czas-częstość
 - Transformata Wignera-de Ville'a
 - Spektrogram
 - Ciągła transformata falkowa
- 4 Matching Pursuit
 - Założenia ogólne
 - Definicja normy
 - Norma w algorytmie MP
 - Norma l_2
 - Norma l_1
 - Porównanie
 - Implementacja
 - Podsumowanie

Założenia ogólne

- Dopasowanie kroczące (ang. matching pursuit, MP) jest procedurą polegającą na rozłożeniu sygnału na funkcje składowe pochodzące z określonego zbioru funkcji (słownika).
- Słowniki wykorzystywane w metodach czas-częstość często składają się z funkcji Gabora tj. funkcji sinus modulowanej funkcją Gaussa.
- MP jest algorytmem iteracyjnym.
- W pierwszym kroku dopasowywana jest funkcja spełniająca **określone założenia**.
- W każdym następnym kroku funkcja jest analogicznie dopasowywana do residuum sygnału, pozostałego po odjęciu wyniku poprzedniej iteracji.

Dyskretny słownik funkcji Gabora

Funkcję (atom) słownika czasowo-częstotściowego można wyrazić jako translację (u), rozciągnięcie (s) i modulację (ω) funkcji okna $g(t) \in L^2(R)$

$$g_\gamma(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} g\left(\frac{t-u}{s}\right) e^{i\omega t}$$

Optymalną lokalizację w przestrzeni czas-częstotść otrzymujemy dla Gaussowskiej obwiedni $g(t)$, co w przypadku analizy sygnałów o wartościach rzeczywistych daje słownik rzeczywistych atomów Gabora:

$$g_{\gamma(t)} = K(\gamma, \phi) e^{-\pi\left(\frac{t-u}{s}\right)^2} \sin(\omega(t-u) + \phi)$$

$K(\gamma, \phi)$ zapewnia normalizację $\|g_{\gamma, \phi}\| = 1$.

Pomimo, że analizujemy sygnały dyskretne, parametry dopasowywanych funkcji mogą przyjmować wartości z przedziałów ciągłych. W praktyce korzystamy z relatywnie małych podzbiorów przestrzeni parametrów:

$$\gamma = \{u, s, \omega\}$$

Faza ϕ jest zwykle przedmiotem osobnej optymalizacji dla każdej dopasowywanej funkcji.

Plan wykładu

- 1 Wstęp
- 2 Zasada nieoznaczoności
 - Tłumaczenie formalne
 - Tłumaczenie intuicyjne
- 3 Klasyczne metody analizy czas-częstość
 - Transformata Wignera-de Ville'a
 - Spektrogram
 - Ciągła transformata falkowa
- 4 Matching Pursuit
 - Założenia ogólne
 - Definicja normy
 - Norma w algorytmie MP
 - Norma l_2
 - Norma l_1
 - Porównanie
 - Implementacja
 - Podsumowanie

Definicja normy

Odwzorowanie $\|\cdot\|: X \rightarrow [0, \infty)$ spełniające, dla wszystkich elementów x, y przestrzeni X i skalarów α z ciała K , warunki:

- niezdegenerowania, $\|x\| = 0 \Rightarrow x = 0$
- dodatniej jednorodności, $\|\alpha x\| = |\alpha| \|x\|$
- nierówności trójkąta (podaddytywności), $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$

nazywa się **normą** (w przestrzeni X), a przestrzeń X z określoną normą $\|\cdot\|$ nazywa się **przestrzenią unormowaną**.

Plan wykładu

- 1 Wstęp
- 2 Zasada nieoznaczoności
 - Tłumaczenie formalne
 - Tłumaczenie intuicyjne
- 3 Klasyczne metody analizy czas-częstość
 - Transformata Wignera-de Ville'a
 - Spektrogram
 - Ciągła transformata falkowa
- 4 Matching Pursuit
 - Założenia ogólne
 - Definicja normy
 - **Norma w algorytmie MP**
 - Norma l_2
 - Norma l_1
 - Porównanie
 - Implementacja
 - Podsumowanie

- Norma w algorytmie MP używana jest do określenia elementu słownika, który należy użyć do tłumaczenia sygnału w pierwszej kolejności.
- Dobór odpowiedniej normy znacząco wpływa na skuteczność algorytmu.
- Różne normy sprawdzają się w różnych klasach sygnałów.

Plan wykładu

- 1 Wstęp
- 2 Zasada nieoznaczoności
 - Tłumaczenie formalne
 - Tłumaczenie intuicyjne
- 3 Klasyczne metody analizy czas-częstość
 - Transformata Wignera-de Ville'a
 - Spektrogram
 - Ciągła transformata falkowa
- 4 Matching Pursuit
 - Założenia ogólne
 - Definicja normy
 - Norma w algorytmie MP
 - **Norma l_2**
 - Norma l_1
 - Porównanie
 - Implementacja
 - Podsumowanie

Norma l_2

Norma l_2 zwana metryką euklidesową w przestrzeni współrzędnych rzeczywistych dana jest wzorem:

$$\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}} = \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right)^{1/2}$$

Metryka euklidesowa jest również przypadkiem szczególnym (z parametrem 2) szerszej klasy metryk wyznaczanych przez tzw. „metrykę Minkowskiego”.

Norma l_2 w algorytmie MP

Niech dany będzie zbiór funkcji (słownik) $D = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ takich, że $\|g_i\| = 1$. Algorytm Matching Pursuit (MP) jest procedurą iteracyjną. W pierwszym kroku wybierana jest funkcja g_{γ_0} dająca największy iloczyn skalarny z sygnałem s , po czym w każdym następnym kroku funkcja g_{γ_n} jest analogicznie dopasowywana do residuum sygnału $R^n s$, pozostałego po odjęciu wyniku poprzedniej iteracji:

$$\begin{cases} R^0 s = s \\ R^n s = \langle R^n s, g_{\gamma_n} \rangle g_{\gamma_n} + R^{n+1} s \\ g_{\gamma_n} = \arg \max |\langle R^n s, g_{\gamma_i} \rangle| \end{cases}$$

Norma l_2 w algorytmie MP cd.

Ortogonalność $R^{n+1}s$ i g_{γ_n} w każdym kroku procedury implikuje zachowanie energii.

Jeśli słownik D jest kompletny, procedura zbiega do f :

$$s = \sum_{n=0}^{\infty} \langle R^n s, g_{\gamma_n} \rangle g_{\gamma_n}$$

Plan wykładu

- 1 Wstęp
- 2 Zasada nieoznaczoności
 - Tłumaczenie formalne
 - Tłumaczenie intuicyjne
- 3 Klasyczne metody analizy czas-częstość
 - Transformata Wignera-de Ville'a
 - Spektrogram
 - Ciągła transformata falkowa
- 4 Matching Pursuit
 - Założenia ogólne
 - Definicja normy
 - Norma w algorytmie MP
 - Norma l_2
 - **Norma l_1**
 - Porównanie
 - Implementacja
 - Podsumowanie

Metryka Manhattan, taksówkowa, miejska, wielkomiejska – odległość dwóch punktów w tej metryce to suma wartości bezwzględnych różnic ich współrzędnych.

W przestrzeni $\mathbb{R}^n$ metryka ta dana jest wzorem

$$d_m(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{k=1}^n |x_k - y_k|$$

Wyobraźmy sobie, że z jakichś powodów (kwadratowa sieć ulic przypominająca plan Manhattanu) możemy poruszać się jedynie w kierunkach wschód-zachód oraz północ-południe. Wtedy droga, jaką będziemy przebywać z jednego punktu do drugiego, wyniesie właśnie tyle, ile mówi o niej metryka miejska. W szczególności, jeśli $n = 1$, to

$$d_m(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = |x - y|$$

Norma l_1 w algorytmie MP

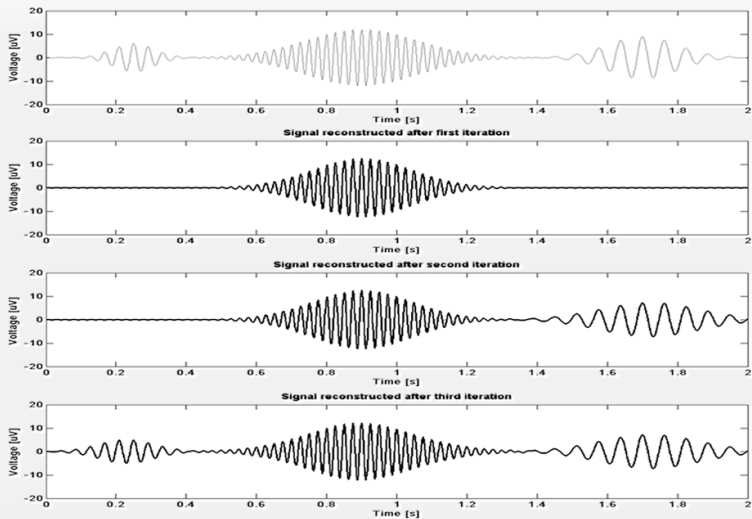
Niech dany będzie zbiór funkcji (słownik) $D = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ takich, że $\|g_i\| = 1$. W każdym kroku algorytmu obliczane są iloczyny skalarne wszystkich funkcji g_γ z aktualnym residuum sygnału. Następnie wynik każdego takiego iloczynu jest kolejno odejmowany od residuum.

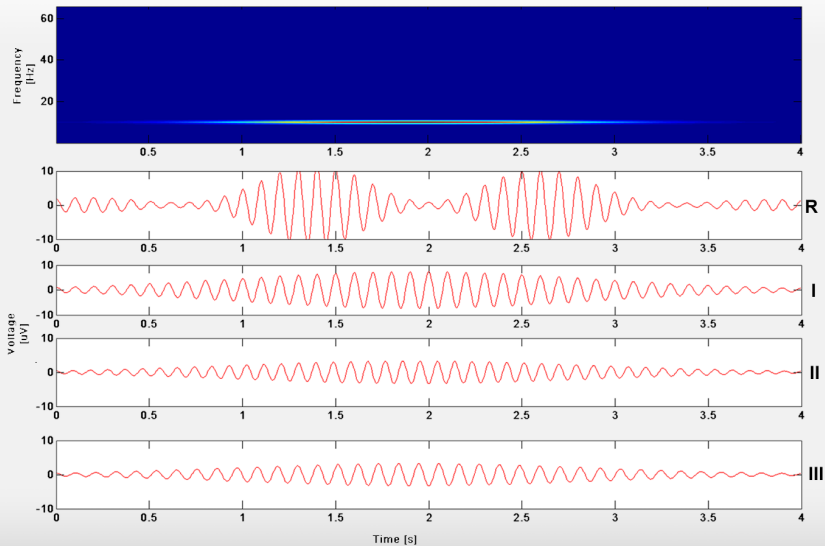
Dekomponowany sygnał jest dyskretny, więc w wyniku otrzymywany jest ciąg liczb, będących różnicami w kolejnych próbkach sygnału. Ciąg ten jest sumowany. W danym kroku algorytmu wybierana jest ta funkcja ze słownika, dla której tak uzyskana suma jest najmniejsza.

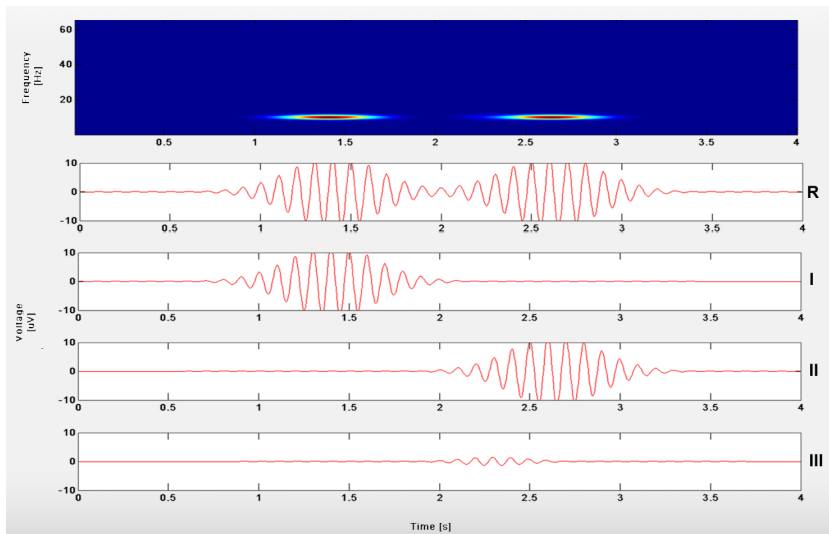
$$\begin{cases} R^0 s = s \\ R^n s = \langle R^n s, g_{\gamma_n} \rangle g_{\gamma_n} + R^{n+1} s \\ g_{\gamma_n} = \arg \min |R^n s - g_{\gamma_i}| \end{cases}$$

Plan wykładu

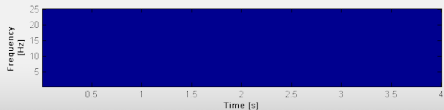
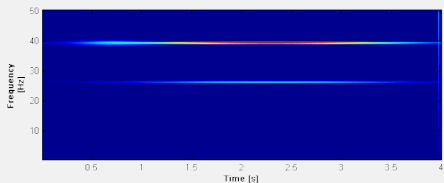
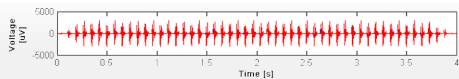
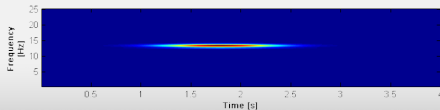
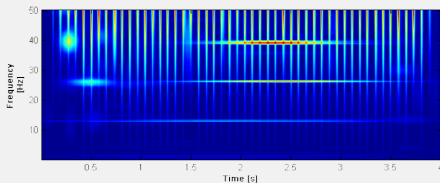
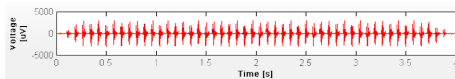
- 1 Wstęp
- 2 Zasada nieoznaczoności
 - Tłumaczenie formalne
 - Tłumaczenie intuicyjne
- 3 Klasyczne metody analizy czas-częstość
 - Transformata Wignera-de Ville'a
 - Spektrogram
 - Ciągła transformata falkowa
- 4 Matching Pursuit
 - Założenia ogólne
 - Definicja normy
 - Norma w algorytmie MP
 - Norma l_2
 - Norma l_1
 - Porównanie
 - Implementacja
 - Podsumowanie







Wrzeciona snu



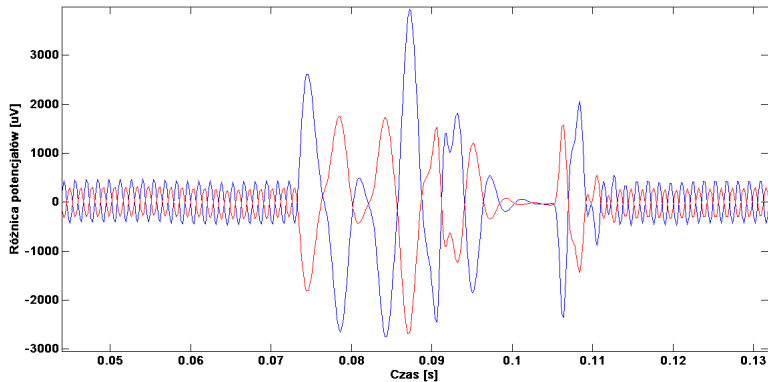
Plan wykładu

- 1 Wstęp
- 2 Zasada nieoznaczoności
 - Tłumaczenie formalne
 - Tłumaczenie intuicyjne
- 3 Klasyczne metody analizy czas-częstość
 - Transformata Wignera-de Ville'a
 - Spektrogram
 - Ciągła transformata falkowa
- 4 Matching Pursuit
 - Założenia ogólne
 - Definicja normy
 - Norma w algorytmie MP
 - Norma l_2
 - Norma l_1
 - Porównanie
 - Implementacja
 - Podsumowanie

Wielozmienny algorytm MP (MMP)

W sygnale wielozmiennym (ang. multivariate) pojedynczą próbkę zastępuje wektor wartości opisujących stan układu w danej chwili, jak jak na przykład potencjał EEG mierzony z wielu elektrod jednocześnie. Jeśli chcemy w takich sygnałach szukać cech wspólnych, na przykład tych samych struktur czas-częstość występujących w sąsiednich kanałach zapisu EEG, musimy ustalić więzy określające które z parametrów funkcji dopasowywanych w każdej iteracji muszą być jednakowe (np. położenie w czasie i szerokość), a które mogą się różnić w sąsiednich kanałach (w sposób oczywisty różne będą amplitudy, ale może się też zmieniać np. faza).

Wielozmienny algorytm MP (MMP)



Złożoność obliczeniowa

Wielkość słownika zawierającego funkcję Gabora zależy m. in. od:

- położenia
- długości sygnału
- skali
- fazy

Wielkość takiej przestrzeni parametrów może wynosić nawet N^4 , co dla 20 sekundowego sygnału daje $4096^3 \cdot 4 = 274\text{TB}$ pamięci.

Plan wykładu

- 1 Wstęp
- 2 Zasada nieoznaczoności
 - Tłumaczenie formalne
 - Tłumaczenie intuicyjne
- 3 Klasyczne metody analizy czas-częstość
 - Transformata Wignera-de Ville'a
 - Spektrogram
 - Ciągła transformata falkowa
- 4 Matching Pursuit
 - Założenia ogólne
 - Definicja normy
 - Norma w algorytmie MP
 - Norma l_2
 - Norma l_1
 - Porównanie
 - Implementacja
 - Podsumowanie

Podsumowanie – zalety oraz wady algorytmu MP

Zalety

- Lepsze odwzorowanie słabych struktur
- Brak wyrazów mieszanych
- Dokładna informacja na temat składowych sygnału
- Dla niektórych klas sygnałów niezastąpiony

Wady

- Trudny w implementacji
- Złożony obliczeniowo
- Zależny od doboru normy
- Zależny od doboru słownika
- Wymagający dużej wiedzy a priori na temat sygnału